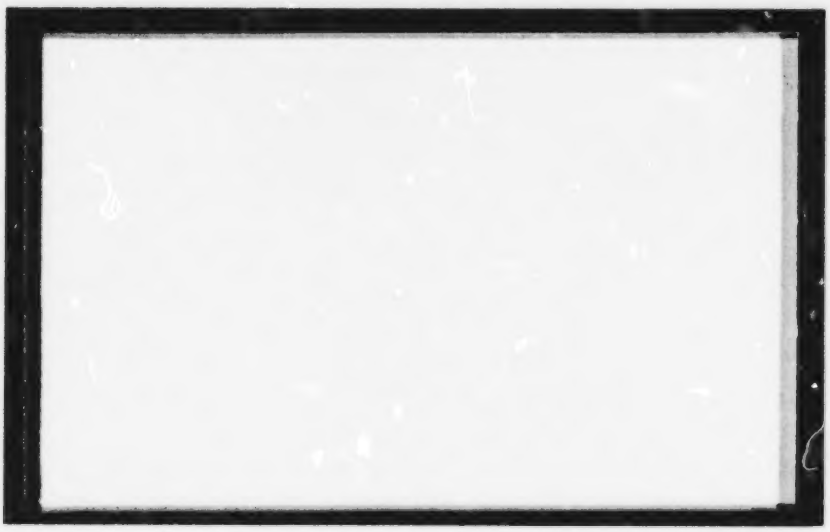
UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL



CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS

MÉMOIRE D'ÉTUDIANT

CASE POSTALE 6128, STATION A, MONTRÉAL, QUÉBEC, H3C 3J7

APPLICATIONS DU MODELE DOGIT EN CONTEXTE URBAIN

par
Sylvie Préfontaine

Université de Montréal
Centre de recherche sur les transports - Publication # 126
Septembre 1978

Dépôt légal: 2e trimestre 1979

Je tiens à remercier :

- M. Marc Gaudry, pour avoir dirigé ce mémoire
- Mlle Danielle Bilodeau pour son assistance en informatique
- tous mes amis de l'Université de Montréal pour leurs encouragements.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

TABLE DES MATIERES

	page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1. Littérature	2
1.1 Position du problème	2
1.2 Modèle conventionnel de planification urbaine	3
1.3 Modèles probabilistes de choix de mode de transport	5
CHAPITRE 2. Formulation du modèle	12
2.1 Fonction V	12
2.2 Transformation de Box et Cox	13
2.3 Modèles Logit et Dogit de part de marché	16
2.4 Propriétés du modèle Logit	19
2.5 Propriétés du modèle Dogit	22
CHAPITRE 3. Estimation du modèle	28
3.1 Modèle à estimer	28
3.2 Application du modèle Dogit aux données urbaines	30
3.3 Nomenclature et sélection d'hypothèses	33
3.4 Procédure d'estimation	35
CHAPITRE 4. Résultats	39
4.1 Le cas de Montréal	39
4.2 Le cas de Winnipeg	47
CONCLUSION	53
BIBLIOGRAPHIE	55

LISTE DES TABLEAUX ET GRAPHIQUES

page

Tableaux :

Tableau 3.1 Valeurs moyennes des différentes variables explicatives pour l'automobile et le transport en commun 32

Tableau 4.1 Résultats pour les séries en coupes instantanées de Montréal. 43

Tableau 4.2 Taux d'élasticité propres et croisées des parts de marché des modes transport en commun et automobile par rapport aux attributs (Montréal). 44

Tableau 4.3 Prix du temps pour différentes formes du logit. 46

Tableau 4.4 Résultats pour les séries en coupes instantanées de Winnipeg. 50

Tableau 4.5 Taux d'élasticité propres et croisées du transport en commun et de l'automobile par rapport aux attributs 52

Graphiques :

Graphique 1. Surface du log de vraisemblance pour DUU $(\hat{\theta}_1, \theta_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ Montréal 40

Graphique 2. Surface du log de vraisemblance pour DUU $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3)$ Winnipeg 48

RESUME

Ce mémoire compare les spécifications dogit et logit d'un modèle de choix entre deux modes de transport urbain. Pour ce faire, des données sur les déplacements en transport en commun et en automobile à Montréal et à Winnipeg sont utilisées. Des transformations Box-Cox sur les variables explicatives sont employées dans le but de ne pas confondre la comparaison des modèles avec une erreur de spécification fonctionnelle.

INTRODUCTION

Il existe plusieurs façons d'analyser les déplacements par mode de transport en milieu urbain. On peut chercher à expliquer le nombre total de déplacements par chacun des modes considérés. On peut par ailleurs étudier la part qu'occupe chaque mode sur l'ensemble des déplacements. Ce mémoire s'attachera à l'étude de parts de marché.

Deux modèles de parts de marché modal agrégé sont retenus. Il s'agit des modèles logit et dogit. Ces modèles de type probabiliste offrent une interprétation de la théorie du comportement du consommateur face au choix d'un mode. On se propose donc de comparer l'habileté de chacun de ces modèles à expliquer les parts de marché modal en fonction des attributs propres aux modes eux-mêmes. Cette comparaison tient compte du fait que les résultats peuvent dépendre de la forme fonctionnelle de la relation entre les différents attributs. La flexibilité de la spécification de choix de mode du modèle dogit permet de croire que celui-ci est préférable au modèle logit.

CHAPITRE 1

LITTERATURE

1.1 Position du problème

Un réseau de transport urbain comporte un ensemble complexe d'informations. Dépendamment de la façon de traiter ces informations, différents aspects du système de transport sont révélés aux planificateurs urbains. En particulier, le problème de répartition modale peut être traité de façon descriptive ou de façon explicative. La méthode de traitement de l'information descriptive, présentée dans la prochaine section, cherche à retracer simplement les éléments d'un système de transport. La seconde méthode (section 1.3) cherche à connaître les caractéristiques objectives des modes de transport qui influencent le processus de décision. M. Atherton et Ben-Akiva affirment :

> "Recently, travel demand models based on disaggregate data (i.e. individual observations of travel behavior) have been developed. These models can include the causal relationships between transportation level of service, household socioeconomic characteristics, and travel behavior and, therefore provide a more meaningful analysis of various transportation policy options." (p. 1)

Ceci veut dire que le planificateur urbain évalue la sensibilité des usagers aux attributs des différents modes qu'ils peuvent emprunter en milieu urbain. Dans le but de pouvoir ajuster les différentes politiques urbaines en transport, il est en effet important, pour le planificateur urbain, de connaître les variables qui influencent les individus dans le choix de mode de transport et d'identifier les relations entre ces variables. Thomas A. Domenach et Daniel McFadden affirment

à cet effet :

> "The ability of a travel demand model to forecast correctly the effects of policy changes, requires that it be causal establishing the behavioral link between the attributes of the transportation system and the decisions of the individual." (p. 3)

1.2 Modèle conventionnel de planification urbaine

Partant de l'ensemble complexe des informations que recèle un réseau routier urbain à différents moments de la journée, il s'agit de développer un modèle qui fasse ressortir toutes les variables pertinentes. Le planificateur cherche à connaître ainsi, T_{ijms}, le nombre de déplacements pour chaque mode m entre deux zones i et j empruntant un segment de réseau s.

Une façon de procéder est de traiter l'information par séquences : la génération T_i et T_j, la distribution T_{ij}, la répartition modale T_{ijm} puis l'affectation T_{ijms}. Au préalable, le planificateur a pris soin de se renseigner sur la distribution spatiale et géographique de la population et des activités économiques.

La première étape, la génération, convertit les estimations de location de la population et de l'industrie en estimations physiques des exigences du transport, générées et terminées, en différents points de l'espace géographique. La génération consiste à prélever T_i, le nombre de déplacements issus d'une zone quelconque i. Ces déplacements sont fonction des caractéristiques socioéconomiques de la zone. A ce stade, les variables pertinentes au transport n'interviennent pas. Implicitement la fréquence des déplacements est totalement indépendante

de modifications dans le système de transport. Similairement, l'attraction détermine le nombre de déplacements se terminant dans une zone j. Cette attraction représente le nombre de déplacements pour chaque destination j.

La seconde étape se nomme distribution. Etant donné T_i et T_j, la distribution T_{ij} fournit une description des déplacements entre deux zones i et j. Le modèle le plus fréquemment employé pour illustrer T_{ij} est le modèle de gravité où le volume des déplacements entre i et j est proportionnel aux déplacements provenant de i et à ceux allant en j et inversement proportionnel à la distance ou à une variable de coût de la distance. La distribution est fonction des variables socioéconomiques par l'intermédiaire des variables T_i et T_j et de la distance ou du coût de se déplacer entre i et j.

La troisième étape, la répartition modale, répartit entre les différents modes employés entre i et j le nombre de déplacements T_{ij}. Les critères utilisés pour justifier l'utilisation d'un mode sont le temps de transport et le coût d'un déplacement entre i et j mais parfois aussi certaines caractéristiques socioéconomiques de la zone d'origine et la distribution des activités économiques dans la zone de destination.

La quatrième et dernière étape, l'affectation comme son nom l'indique affecte généralement les usagers d'un mode particulier sur le chemin le plus "court" entre i et j en tenant compte des capacités sur ces chemins. La procédure d'affectation implique la connaissance détaillée des spécifications de chaque mode et du système de transport telles que décrites dans les étapes précédentes. L'affectation peut être une procédure complexe de calcul d'un équilibre entre une demande

dérivée de transport qui dépend du coût de transport et un coût de transport qui dépend de l'utilisation du réseau.

Pour les planificateurs urbains un modèle de demande doit être en mesure d'expliquer les effets sur la demande de modifications du système de transport. Il ne suffit pas de reproduire les résultats d'observations du système de transport mais il faut aussi comprendre les mécanismes des variables sensibles aux modifications des politiques urbaines et leurs implications sur les décisions des individus. Nous discutons une des façons d'accomplir cette tâche à la section suivante.

1.3 Modèles probabilistes de choix de mode de transport

Tout individu qui entreprend de se déplacer doit choisir une destination, un trajet à suivre, le moment pour se déplacer et un mode à utiliser. Plutôt que de considérer la demande de transport comme une combinaison de toutes ces décisions prises simultanément, il est possible de les expliquer séparément.

> "In theory, each decision may be dependent on the rest ... (p. 4) This perspective, if carried through completely, would produce a model of unmanageable dimensions, since the entire vector of possible choices would, for practical purposes, be limitless, and so useful models would be impossible to develop. (p.4)
>
> It is possible to formulate explicit behavioral hypotheses, and thus to establish a structure of the total vector of choices as a logical working hypothesis... This structure is termed a hierarchy of choice. (p. 5)

L'hypothèse implicite est que le choix de mode de transport est indépendant du moment de la journée de se déplacer, de la destination ou de la fréquence des déplacements. Les autres décisions (moment,

destination, fréquence, etc.) sont aussi indépendantes entre elles. Le choix de mode dépend par contre, de la comparaison pour chaque mode envisagé, du temps et du coût d'un déplacement. Avec cette approche, chaque partie du modèle est interreliée par les attributs des déplacements - les variables temps et coût - de telle sorte que les différentes décisions s'enchaînent finalement pour former une demande globale. Cette section analyse plus particulièrement la décision du consommateur face à un choix de mode.

En principe, la théorie individuelle de la maximisation de l'utilité fournit un modèle complet de choix individuel. Cependant, dans le cadre de la rationalité économique, et selon la structure postulée de la maximisation de l'utilité, il y a des caractéristiques non observées influencées par les préférences subjectives des individus et par les attributs non mesurés des modes qui varient dans la population. Ces variations peuvent conduire à des variations dans les choix observés de la population. Une spécification de la distribution des facteurs non observés implique alors une distribution des choix de la population.

Pour exposer le problème, posons $C \equiv (X_1, \ldots, X_r)$ un ensemble de r alternatives, où chaque alternative est caractérisée par un vecteur de K attributs. Ce vecteur est défini par $X_i \equiv (X_{i1}, \ldots, X_{ik})$ pour $i = 1, \ldots, r$. Si les alternatives sont des modes de transport, le vecteur des attributs peut inclure des facteurs comme le temps de trajet, le temps d'attente, le coût de transport, etc. De plus posons $Y_j \equiv (Y_{j1}, \ldots, Y_{jn})$ où $j = 1, \ldots, N$ un vecteur des caractéristiques du $j^{ième}$ individu à choisir une alternative dans l'ensemble C.

Ce vecteur peut comprendre l'âge de l'individu, son sexe, son revenu, etc. Pour l'ensemble C des alternatives et pour n'importe quel individu j, choisi aléatoirement décrit par le vecteur Y_j, le modèle de probabilité d'un choix génère un vecteur de probabilités pour chaque alternative $(P_{1j}, \ldots, P_{ij}, \ldots, P_{rj})$. Là, P_{ij} représente la probabilité P avec laquelle une personne caractérisée par Y_j, choisit l'alternative X_i de l'ensemble C. Ainsi $\sum_{i=1}^{r} P_{ij} = 1$.

Le modèle considéré ici suppose que chaque individu est rationnel; il fait son choix dans l'ensemble des options de manière à maximiser sa satisfaction. A chaque individu est associée une fonction d'utilité $\mu = U(X_i, Y_j, \varepsilon)$ où X_i est le vecteur des attributs de la $i^{ième}$ alternative, Y_j le vecteur des caractéristiques du $j^{ième}$ individu et ε le vecteur des caractéristiques non observées de l'alternative et de l'individu. L'utilité est maximisée sous la contrainte d'un budget. A cause de l'influence de la structure des goûts le vecteur varie sur l'ensemble de la population. La procédure de la plupart des analyses de la demande est d'ignorer la possibilité de variations des goûts. Elles posent l'hypothèse, pour un échantillon de la population, que les demandes observées sont distribuées autour de valeurs représentatives de la moyenne des goûts. Dans l'analyse traditionnelle, il est raisonnable d'obtenir des erreurs sur les observations de l'alternative choisie qui soient suffisamment importantes pour dominer l'effet de variation des goûts. Dans le cas où il existe un très grand nombre d'alternatives il n'est plus possible de supposer que le choix de chaque alternative est fait par l'individu représentatif ou moyen. Un modèle de demande dans lequel les effets des différences individuelles dans les goûts, sur la structure des erreurs sont explicites nécessite une

formulation particulière. C'est ce qui est exposé maintenant.

L'hypothèse de la rationalité du consommateur affirme que chaque individu ordonne par ordre d'utilité les différentes alternatives sous la contrainte de son budget. L'alternative X_i est préférée à l'alternative X_f si $U_i > U_f$. La probabilité de choisir X_i est alors :

$$P_i = \text{Prob}(U_i > U_f) \text{ pour tout } i \neq f \qquad (1.1)$$

L'utilité subjective de l'alternative X_i est représentée par U_i. Cette fonction d'utilité peut être exprimée sur l'ensemble de la population

$$U(X_i,Y) = V(X_i,Y) + \eta(X_i,Y) \qquad (1.2)$$

La fonction d'utilité est ainsi séparée en deux termes où V n'est pas stochastique et reflète les goûts représentatifs de la population alors que le terme η de la fonction est stochastique et reflète les idiosyncrasies individuelles et les attributs non mesurables. Le second terme, η, remplace ε le vecteur des erreurs. La probabilité de choisir X_i plutôt que X_f devient alors :

$$P_i = \text{Prob}\,[V(X_i,Y) + \eta(X_i,Y) > V(X_j,Y) + \eta(X_f,Y)] \qquad (1.3)$$
$$\text{pour } i \neq f \text{ et } f = 1, \ldots, r\text{-}1$$

ou

$$P_i = \text{Prob}\,[\eta(X_f,Y) - \eta(X_i,Y) < V(X_i,Y) - V(X_j,Y)] \qquad (1.4)$$

La probabilité de choisir X_i doit être un choix représentatif de la population. Les effets stochastiques doivent être dominés. La structure explicite des erreurs est représentée alors par la distribution cumulative de la différence des termes $\eta(X_j,Y) - \eta(X_i,Y)$.

Le symbole G correspond à la distribution cumulative. Pour simplifier l'analyse, définissons l'ensemble des alternatives comme étant $C \equiv (X_1, X_2)$. La probabilité de choisir le mode X_1 est alors :

$$P_1 = G(V(X_1,Y) - V(X_2,Y)) \qquad (1.5)$$

La distribution cumulative G des erreurs est une fonction croissance qui transforme le domaine de V en échelle de probabilités (de 0 à 1). Par hypothèse, G est indépendante de X_1, X_2 et Y. C'est le cas en particulier lorsque $\eta(X_1,Y)$ et $\eta(X_2,Y)$ sont indépendantes l'une de l'autre et ne dépendent pas des valeurs de X_1 et X_2. Cette hypothèse peut avoir des implications peu plausibles dans le cas où il y a plus de deux alternatives. (Voir section 2.4 du chapitre 2.) Il est intéressant de noter que même si le choix des alternatives est discret pour un individu, les effets de cette propriété sur la demande agrégée sont négligeables et une approximation continue est justifiée.

La forme fonctionnelle de la probabilité P_1 dépend du type de distribution cumulative employée.

A - Si la distribution cumulative G est linéaire, la fonction de probabilité sera linéaire.

$$P_1 = G(V) = \beta(Z(X_1,Y) - Z(X_2,Y))$$

B - Si la distribution cumulative G suit une loi normale, c'est à dire

$$G(V) = \phi(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{V} e^{-t^2/2}\, dt, \qquad (1.6)$$

la fonction de probabilité associée est alors : $P_1 = \phi(V)$ où ϕ indique une distribution cumulative normale standard. Cette équation

correspond au modèle PROBIT.

C - Si la fonction de distribution cumulative suit une loi de distribution de Cauchy, c'est à dire

$$G(V) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(V) - \frac{1}{2}, \qquad (1.7)$$

la fonction de probabilité associée $P_1 = G(V)$ génère le modèle ARCTAN.

D - Si G suit une distribution cumulative logistique et si, et seulement si, chaque terme de l'erreur η suit une distribution Weibull (Prob $[\eta_i \leq \eta] = e^{-e^{-(\eta+\alpha)}}$ où α est un paramètre, alors :

$$G(V) = \frac{1}{1 + e^{-V}} \qquad (1.8)$$

Dans ce cas, la fonction de probabilité $P_1 = G(V)$ donne le modèle LOGIT. La forme fonctionnelle de V sera étudiée dans la section 2.2 du chapitre 2.

L'objet de l'analyse est donc une probabilité soit une valeur comprise entre 0 et 1. En appliquant une transformation monotone, il est possible de rendre l'analyse des paramètres de V moins compliquée. Prenons le cas du logit. Soit G( ) la fonction de distribution cumulative et V définie implicitement dans $G(V) = P$, la transformation utilisée est $V = G^{-1}(P)$ où $G^{-1}( )$ définit la fonction inverse de G. Lorsque P s'accroît de 0 à 1 sa transformation s'accroît de $-\infty$ à ∞ ce qui résout le problème d'un ensemble fini de valeurs.

Dans le cas où $C \equiv (X_1, X_2)$, le rapport des probabilités associé au choix de l'alternative X_1 par rapport à l'alternative X_2,

dans le cas d'une distribution cumulative logistique est :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{e^{V_1}}{e^{V_2}} \tag{1.9}$$

Les valeurs obtenues varient cependant entre 0 et ∞ ce qui est toujours restrictif. La transformation G^{-1} change ce rapport de telle sorte que l'on obtient

$$\log \left(\frac{p_1}{p_2}\right) = V_1 - V_2 \tag{1.10}$$

Les valeurs générées vont de $-\infty$ à ∞ et les paramètres de V_1 et V_2 s'estiment plus aisément.

Les modèles probabilistes les plus fréquemment employés sont le probit, arctan et logit. Les courbes associées à leur distribution pour chacun de ces modèles ont le même comportement sauf que le modèle probit tend le plus rapidement vers les valeurs extrêmes et que le modèle arctan y tend moins rapidement. Les modèles sont donc pratiquement équivalents. Le choix du modèle à utiliser se fera donc en vertu de sa facilité de calcul. Le modèle logit est préféré pour cette raison dans notre analyse.

CHAPITRE 2

FORMULATION DU MODELE

2.1 La fonction V

La fonction V comprend toutes les informations pertinentes à chaque mode. C'est cette fonction qui révèle la relation entre le comportement du consommateur-usager et la part de marché pour chaque mode. Les attributs propres au mode évaluent la sensibilité des usagers par l'entremise des paramètres qui leur sont associés. Cette fonction comme il a déjà été mentionné reflète les goûts représentatifs de la population.

Posons $C \equiv (X_1, X_2)$ où X_1 et X_2 désignent deux modes de transport. Le facteur des attributs pertinents à l'alternative X_1 est défini par $X_1 = (X_{11}, \ldots, X_{1K})$ et, $X_2 = (X_{21}, \ldots, X_{2K})$ définit celui de l'alternative X_2. A chaque attribut est associé un paramètre β. La fonction V_i pour i=1,2 est définie par l'équation suivante :

$$V_i = \beta_{io} + \sum_{k=1}^{K} \beta_k X_{ik} \qquad (2.1)$$

L'équation (2.1) représente la part modale. V_i est une fonction des K attributs indépendants X_{ik} associés au $i^{ième}$ mode. L'indice i indique le numéro du mode, où i=1 s'applique au mode X_1 et i=2 au mode X_2.

L'équation (2.1) illustre le cas où la forme spécifique linéaire est appliquée. Cependant Gaudry et Wills (juin 1977) ont conclu à cet effet :

"We are lead to conclude that incorrect functional form specification may lead not only to incorrect elasticities but even to erroneous signs of important parameters". (p.2)

Pour éviter précisément ce problème, l'hypothèse est faite que V_i a la forme générale :

$$V_i(X_i,Y) = \beta_{i0} + Z^1 (X_{i1},Y)\ \beta_1 + \ldots + Z^K (X_{iK},Y)\ \beta_K \qquad (2.2)$$

où $Z^K(X_{iK},Y)$ désignent des fonctions empiriques sans paramètres, $Z' = (Z^1, \ldots, Z^K)$ un vecteur-rangée de ces fonctions et $\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_K)$ un vecteur-colonne des paramètres à estimer. Les variables $Z', \ldots, Z^K$ peuvent être des transformations complexes sur les variables originales, X_{iK}, comme des logarithmes, des rapports, des puissances, etc. Elles peuvent également incorporer des interactions entre les caractéristiques socioéconomiques et les attributs des alternatives. Nous utiliserons la transformation Box-Cox, des variables en (2.1) comme forme générale de V_i dans notre modèle. La section 2.2 présente cette transformation.

2.2 Transformation de Box et Cox

Une transformation Box-Tukey sur n'importe quelle variable Z, où Z est la variable dépendante Y ou la $k^{ième}$ variable indépendante X_k, est définie pour les paramètres de transformations λ et μ comme étant :

$$(Z + \mu)^\lambda = \begin{cases} \dfrac{(Z+\mu)^\lambda - 1}{\lambda} & , \ \lambda \neq 0,\ Z+\mu > 0 \\ \ln(Z+\mu) & , \ \lambda \to 0,\ Z+\mu > 0 \end{cases} \qquad (2.4)$$

Le paramètre $\lambda = \{\lambda_Y, \lambda_1, \ldots, \lambda_K\}$ désigne un paramètre de puissance tandis que $\mu = \{\mu_Y, \mu_1, \ldots, \mu_K\}$ un paramètre de localisation. En

posant la contrainte sur μ, $\mu=0$, la transformation Box et Cox est obtenue :

$$Z^{\lambda} = \begin{cases} \dfrac{Z^{\lambda} - 1}{\lambda} & , \lambda \neq 0 \\ \ln(Z) & , \lambda \to 0 \end{cases} \qquad (2.5)$$

Lorsque $\lambda=1$, il en résulte la forme linéaire et lorsque $\lambda \to 0$, la forme multiplicative. Par la règle de l'Hopital, on n'a que $(x^{\lambda} - 1)/\lambda = \ln x$. De plus il a été démontré que la transformation est continue lorsque $\lambda \to 0$.

Cette dernière transformation fut introduite par Box et Cox (1964) dans le but d'exprimer le problème d'estimation sous la forme la plus générale et de permettre ensuite aux données de déterminer elles-mêmes la forme fonctionnelle qui leur convient.

> "In all cases we are concerned not merely to find a transformation which will justify assumptions but rather to find where possible, a metric in terms of which the findings may be succinctly expressed." (p.211)

En appliquant la transformation Box-Cox sur la fonction V_i, celle-ci devient alors :

$$V_i^{\lambda_Y} = \beta_{io} + \sum_{k=1}^{K} \beta_k \left[\frac{(X_{ik})^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right] \qquad (2.6)$$

Une constante β_{io} est requise pour préserver l'invariance de la transformation à des unités de mesure (Schlesselman, 1971).

Cette équation peut s'écrire plus simplement :

$$V_i^{\lambda_Y} = \beta_{io} + \sum_{k=1}^{K} \beta_k X_{ik}^{(\lambda_k)} \qquad (2.7)$$

Si $\lambda = (\lambda_Y, \lambda_1, \ldots, \lambda_K) = 1$ la fonction V_i aura la forme fonctionnelle linéaire :

$$V_i^{\lambda} = \beta_{io} + \beta_1 \left(\frac{X_{i1}^{\lambda} - 1}{\lambda}\right) + \beta_2 \left(\frac{X_{i2}^{\lambda} - 1}{\lambda}\right) + \ldots + \beta_K \left(\frac{X_{iK}^{\lambda} - 1}{\lambda}\right) \qquad (2.8)$$

$$V_i = \beta_{io} + \beta_1 X_{i1} - 1 + \beta_2 X_{i2} - 1 + \ldots + \beta_K X_{iK} - 1$$

$$V_i = \beta_{io} + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \ldots + \beta_K X_{iK}$$

Par contre si $\lambda \to 0$, il en résulte la forme log-linéaire qui est équivalente à un modèle multiplicatif dans les variables originales X_{ik}. En effet :

$$\text{ln } V_i = \beta_{io} + \beta_1 \text{ ln } X_{i1} + \ldots + \beta_K \text{ ln } X_{iK} \qquad (2.9)$$

Exprimons autrement l'équation (2.9) en prenant l'exponentielle du logarithme naturel de V_i. La constante β_{io} n'étant pas sujette à la transformation elle sera temporairement omise.

$$\begin{aligned} V_i &= \exp \beta_1 \text{ ln } X_{i1} \cdot \ldots \cdot \exp \beta_K \text{ ln } X_{iK} \\ V_i &= \exp \text{ln } X_{i1}^{\beta_1} \cdot \ldots \cdot \exp \text{ln } X_{iK}^{\beta_K} \\ V_i &= X_{i1}^{\beta_1} \cdot X_{i2}^{\beta_2} \cdot \ldots \cdot X_{iK}^{\beta_K} \\ V_i &= \beta_{io} \prod_k^K X_{ik}^{\beta_k} \end{aligned} \qquad (2.10)$$

Le paramètre λ peut avoir d'autres valeurs que 0 ou 1 et rien ne le contraint à ce que tous ses éléments aient la même valeur.

Par exemple :

$$\lambda = \{\lambda_Y = 0;\ \lambda_1, \ldots, \lambda_k = 0,\ \lambda_{k+1}, \ldots, \lambda_K = 1\}$$

ou $$\lambda = \{\lambda_Y = 1;\ \lambda_1, \ldots, \lambda_k = 1,\ \lambda_{k+1}, \ldots, \lambda_K = 0\} \qquad (2.11)$$

ou encore $$\lambda = \{\lambda_Y = 1;\ \lambda_1, \ldots, \lambda_k = 2,\ \lambda_{k+1}, \ldots, \lambda_K = \tfrac{1}{2}\}$$

De la même façon l'hypothèse peut être formulée de telle sorte que chaque élément du paramètre λ ait sa propre valeur

$$\lambda = \{\lambda_Y = 1;\ \lambda_1 = \alpha_1,\ \lambda_2 = \alpha_2,\ \ldots,\ \lambda_K = \alpha_K\} \qquad (2.12)$$

Dans la prochaine section, la transformation Box et Cox est appliquée sur les fonctions V des modèles logit et dogit.

2.3 Modèles Logit et Dogit de part de marché choisis

Il est nécessaire à ce point de distinguer deux types d'interprétations auxquelles se prêtent les modèles logit et dogit. Un modèle logit (et dogit) peut être interprété comme un modèle de choix discret ou comme un modèle de part de marché. Le modèle logit (et dogit) appliqué aux choix discrets explique un ensemble de valeurs égales à 0 ou à 1. Un modèle logit (et dogit) de part de marché explique quant à lui un ensemble de n'importe quelles valeurs réelles comprises entre 0 et 1.

Dans un échantillon de la population la part de marché qu'occupe un mode de transport (valeur réelles comprises entre 0 et 1) est définie par le rapport du coût généralisé de ce mode sur l'ensemble des coûts généralisés de tous les modes.

Définissons le coût modal généralisé par l'équation suivante :

$$C_i = \exp(V_i) \qquad i=1,2 \qquad (2.13)$$

où

$$V_i = \beta_{io} + \sum_k^K \beta_k \left[\frac{(X_{ik})^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k}\right] \qquad (2.14)$$

et où $\lambda_k = (\lambda_1, \ldots, \lambda_k, \ldots, \lambda_K)$ est un vecteur des paramètres de transformation Box-Cox associé à la fonction V_i de part modale tel que :

$$X_{ik}^{(\lambda_k)} = \frac{(X_{ik})^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \qquad (2.15)$$

L'équation de la part de marché modal est obtenue par :

$$Y_i = C_i \left[\sum_j C_j \right]^{-1} \qquad i,j=1,2 \qquad (2.16)$$

où Y_i est la part de marché modal. En substituant (2.13) dans (2.16) :

$$Y_i = \frac{\exp\left[\beta_{io} + \sum_k^K \beta_k \left[\frac{(X_{ik})^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right] \right]}{\sum_j \exp\left[\beta_{jo} + \sum_k^K \beta_k \left[\frac{(X_{jk})^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right] \right]} \qquad (2.17)$$

L'équation (2.17) donne le modèle logit de part de marché modal. Cette équation provient (voir section 1.3) de l'hypothèse formulée sur la distribution cumulative $G(V_i)$ où $G(V_i)$ est une distribution cumulative logistique $G(V_i) = 1/1+e^{-V}$ avec les erreurs distribuées selon une Weibull.

Si i=1 la part de marché du mode X_i sera :

$$Y_1 = \frac{\exp\left[\beta_{10} + \sum_k^K \beta_k \left[\frac{(X_{1k})^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right] \right]}{\exp\left[\beta_{10} + \sum_k^K \beta_k \left[\frac{(X_{1k})^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right] \right] + \exp\left[\beta_{20} + \sum_k^K \beta_k \left[\frac{(X_{2k})^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right] \right]} \qquad (2.18)$$

Si i=2 la part de marché du mode X_2 est :

$$Y_2 = \frac{\exp\left[\beta_{20} + \sum_k^K \beta_k \left[\frac{(X_{2k})^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k}\right]\right]}{\exp\left[\beta_{10} + \sum_k^K \beta_k \left[\frac{(X_{1k})^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k}\right]\right] + \exp\left[\beta_{20} + \sum_k^K \beta_k \left[\frac{(X_{2k})^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k}\right]\right]} \tag{2.19}$$

Si le vecteur des paramètres $\lambda=1$ la forme linéaire est obtenue :

$$Y_i = \frac{\exp\left[\beta_{io} + \sum_k^K \beta_k X_{ik}\right]}{\sum_j \exp\left[\beta_{jo} + \sum_k^K \beta_k X_{jk}\right]} \tag{2.20}$$

Si le vecteur des paramètres $\lambda \to 0$ la forme multiplicative est obtenue à son tour :

$$Y_i = \frac{\exp\left[\beta_{io} \prod_k^K X_{ik}^{\beta_k}\right]}{\sum_j \exp\left[\beta_{jo} \prod_k^K X_{jk}^{\beta_k}\right]} \tag{2.21}$$

En transformant légèrement le modèle logit, Gaudry et Dagenais (octobre 1977) obtiennent une spécification plus flexible du modèle. C'est le modèle dogit.

Soit le modèle logit :

$$Y_i = \frac{e^{V_i}}{\sum_j e^{V_j}} \qquad i,j=1,2 \tag{2.22}$$

Le dogit de la part de marché modal sera défini :

$$Y_i = \frac{e^{V_i} + \theta_i \sum_j e^{V_j}}{(1 + \sum_j \theta_j) \sum_j e^{V_j}} \qquad (2.23)$$

où : Y_i : la part de marché du $i^{ième}$ mode

θ_i : un paramètre non négatif associé au $i^{ième}$ mode, $\theta_i \geq 0$

V_i : une fonction des K attributs indépendants X_{ik} associés à la $i^{ième}$ alternative.

Il y a maintenant lieu de présenter certaines des propriétés de ces modèles.

2.4 Propriétés du modèle Logit

Luce (1959) a introduit un axiome,(IIA), requérant que les probabilités relatives de deux options choisies soient indépendantes de la présence ou de l'absence d'une troisième alternative. Prenons d'abord le modèle logit multinomial pour montrer qu'il est compatible avec cet axiome.

Soit :

$$Y_1 = \frac{e^{V_1}}{e^{V_1} + e^{V_2} + e^{V_3}} > \frac{e^{V_1}}{e^{V_1} + e^{V_2} + e^{V_3} + e^{V_4}} \qquad (2.24)$$

Par la définition même du modèle logit, la part de marché du mode 1 parmi 3 modes est évidemment supérieure à celle de la part de marché du mode 1 parmi 4 modes.

D'autre part :

$$Y_2 = \frac{e^{V_2}}{e^{V_1} + e^{V_2} + e^{V_3}} > \frac{e^{V_2}}{e^{V_1} + e^{V_2} + e^{V_3} + e^{V_4}} \qquad (2.25)$$

Le rapport des parts de marché Y_1/Y_2 donne pourtant :

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{\dfrac{e^{V_1}}{e^{V_1} + e^{V_2} + e^{V_3}}}{\dfrac{e^{V_2}}{e^{V_1} + e^{V_2} + e^{V_3}}} \text{ et } \frac{\dfrac{e^{V_1}}{e^{V_1} + e^{V_2} + e^{V_3} + e^{V_4}}}{\dfrac{e^{V_2}}{e^{V_1} + e^{V_2} + e^{V_3} + e^{V_4}}} \qquad (2.26)$$

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{e^{V_1}}{e^{V_2}} = \frac{e^{V_1}}{e^{V_2}} \qquad (2.27)$$

L'axiome de Luce est à la fois la force et la faiblesse du modèle logit. C'est sa force parce qu'elle permet l'introduction de nouvelles alternatives sans exiger la réestimation du modèle une fois la forme fonctionnelle établie. Ceci est réalisé simplement en ajoutant un nouveau terme au dénominateur dans l'équation (2.24) pour chaque alternative et en étendant la liste des fonctions de probabilité pour inclure la nouvelle alternative. Cette procédure est possible et respecte les conditions de l'axiome de Luce puisque l'addition d'une nouvelle alternative ne change pas le rapport des probabilités (équation 2.27).

L'axiome IIA constitue en même temps la faiblesse du logit. En effet, il requiert que les alternatives soient perçues comme complètement distinctes et indépendantes. A chaque fois qu'une nouvelle alternative est introduite la probabilité de chacune des anciennes alternatives diminue d'un même pourcentage puisque la probabilité relative entre les anciennes alternatives doit rester constante. Il se peut que les alternatives ne soient pas dans la réalité, distinctes et indépendantes. Supposons par exemple que le marché se répartit entre deux modes : l'automobile à 2/3 et un réseau de transport en commun à 1/3 du marché. Un nouveau système de transport en commun vient se juxtaposer au premier et possède essentiellement les mêmes attributs. Intuitivement, le marché devrait être maintenant 2/3 automobile, 1/6 ancien système de transport en commun et 1/6 le nouveau système. En effet, le choix des individus usagers de l'automobile ne se trouvera pas modifié puisque le nouveau service ne leur offre rien de nouveau. Par contre, les usagers du transport en commun ont à choisir maintenant entre l'ancien et le nouveau service. Pourtant, l'axiome de Luce sous-jacent au modèle logit modifie la part de marché de l'automobile pour garder constant le rapport des parts de marché entre les anciens modes. La part de l'automobile est alors de 1/2 et les parts respectives des deux systèmes de transport en commun, 1/4.

L'axiome de Luce a finalement des implications directes sur les taux d'élasticités croisées. Rappelons que l'élasticité croisée indique le pourcentage de variation dans la part de marché Y_i d'un mode X_i suite à une variation dans le prix X_{jk} du mode X_j lorsque V_j est linéaire dans ses paramètres β_k et dans ses variables X_{jk}.

$$\eta_{ij} = \frac{\partial Y_i}{\partial X_{jk}} \cdot \frac{X_{jk}}{Y_i} = \beta_k X_{jk} \left[- \frac{e^{V_j}}{\sum_{\ell} e^{V_\ell}} \right] \qquad (2.28)$$

Les élasticités croisées pour chaque ancien mode par rapport à un attribut du nouveau mode sont identiques dans le modèle logit.

1° En effet, l'impact d'une modification du prix du nouveau mode doit faire en sorte de conserver constant le rapport des parts de marché entre les anciens modes pour respecter l'axiome de Luce.

2° Ce fait empêche la possibilité de postuler une portion de substituabilité ou de complémentarité entre les modes.

Cela étant dit, l'élasticité de part du marché du logit possède des propriétés désirables car les élasticités croisées dépendent du niveau des caractéristiques et de la part du marché de chaque mode. Plus un mode occupe une part de marché importante plus il lui est difficile de l'augmenter et plus il est coûteux de le faire. De la même façon plus un mode est efficace au sens qu'il est rapide (temps de transport) plus il sera difficile d'augmenter son niveau d'efficacité.

2.5 Propriétés du modèle Dogit

Dans le cas du modèle dogit les probabilités relatives de deux modes sont données par l'équation suivante :

$$\frac{Y_i}{Y_j} = \frac{e^{V_i} + \theta_i \sum_j e^{V_j}}{e^{V_j} + \theta_j \sum_j e^{V_j}} \qquad i,j=1,\ldots,N \qquad (2.29)$$

Le rapport de parts de marché de deux modes implique

maintenant les attributs de toutes les alternatives. Le modèle dogit comprend dans sa spécification ce fait. Ceci implique que, pour θ_i et θ_j différents de zéro, l'introduction d'une nouvelle alternative va généralement modifier les probabilités relatives des alternatives. Pour que ce rapport reste constant suite à un changement dans la valeur des attributs d'un mode $\neq i,j$ ou après l'introduction d'une nouvelle alternative il est nécessaire que :

$$\frac{e^{V_i} + \theta_i \sum_j e^{V_j}}{e^{V_i} + \theta_i \sum_j e^{V_j}} = \frac{e^{V_j} + \theta_j \sum_j e^{V_j}}{e^{V_j} + \theta_j \sum_j e^{V_j}}, \quad i,j=1,\ldots,N \tag{2.30}$$

où V_j' indique un changement dans la valeur des attributs ou l'introduction d'une nouvelle alternative. Cette condition sera remplie si, pour toutes les paires de modes;

$$\theta_i = \theta_j = 0 \tag{2.31}$$

La condition (2.31) réduit le modèle dogit à la spécification du logit. Cette condition, (2.31), peut cependant être remplie pour certaines paires d'un ensemble particulier de modes et pas pour toutes. Ainsi, la formulation du modèle dogit est flexible dans le sens que pour être consistente avec l'axiome de Luce, toutes les probabilités relatives soient simultanément déterminées de la même façon.

La condition (2.30) est également respectée lorsque :

$$\frac{\theta_i}{\theta_j} = \frac{e^{V_i}}{e^{V_j}} \quad \text{ou lorsque} \quad \sum_j e^{V_i} = \sum_j e^{V_j'} \tag{2.32}$$

L'avantage comparatif du modèle dogit en rapport avec l'axiome de Luce disparaît lorsque $C \equiv (X_1, X_2)$ comprend un ensemble de deux alternatives. La spécification propre au dogit présente cependant d'autres caractéristiques intéressantes.

Le modèle logit de l'équation (2.23) peut s'écrire de façon équivalente :

$$Y_i = \frac{e^{V_i}}{(1 + \sum_j \theta_j) \sum_j e^{V_j}} + \frac{\theta_i}{1 + \sum_j \theta_j} \qquad (2.33)$$

ou encore :

$$Y_i = \frac{1}{1 + \sum_j \theta_j} \frac{V_i}{\sum_j e^{V_j}} + \frac{\theta_i}{1 + \sum_j \theta_j} \qquad (2.33')$$

où $\frac{e^{V_i}}{\sum_j e^{V_j}}$ est le logit.

Si $[\theta_i/1 + \sum_j \theta_j]$ est la part du revenu allouée à la satisfaction de besoins essentiels pour le $i^{ième}$ bien, alors $[1 - (\sum_i \theta_i/(1 + \sum_j \theta_j))]$ où $[1/1 + \sum_j \theta_j]$ est la part discrétionnaire du revenu qui reste après la satisfaction de tous les besoins essentiels. De plus, si le logit explique la façon avec laquelle la part discrétionnaire est dépensée, le dogit représente alors simultanément la part allouée aux besoins essentiels et la part discrétionnaire du revenu. Le second terme du membre de droite, $\theta_i/1 + \sum_j \theta_j$, est une constante et mesure la captivité de la population face au $i^{ième}$ mode.

La dérivée partielle de la part de marché Y_i par rapport à un de ses attributs X_{ik} est :

$$\frac{\partial Y_i}{\partial X_{ik}} = \frac{\beta_k}{1 + \sum_j \theta_j} \cdot \frac{e^{V_i}}{\sum_j e^{V_j}} \left[1 - \frac{e^{V_i}}{\sum_j e^{V_j}}\right] \qquad (2.34)$$

or, la dérivée partielle du modèle logit lorsque $\theta_i = 0$ est :

$$\frac{\partial Y_i}{\partial X_{ik}} = \beta_k \cdot \frac{e^{V_i}}{\sum_j e^{V_j}} \left[1 - \frac{e^{V_i}}{\sum_j e^{V_j}}\right] \qquad (2.35)$$

On remarque alors que la valeur de la dérivée du modèle dogit est réduite par rapport au modèle logit. Clairement, les θ ont une influence sur ce fait puisque le membre de droite de l'équation (2.34) est divisé par $\left[1 + \sum_j \theta_j\right]$. Les θ_i mesurent la sensibilité du marché, face au $i^{ième}$ mode, aux caractéristiques de tous les modes. La théorie économique traditionnelle fournit une explication à la présence des θ. Le taux de variation des achats du consommateur en bien θ_1, $\partial q_1/\partial p_1$ (qui correspond à $\partial Y_i/\partial X_{ik}$) se décompose en deux effets : l'effet du substitution et l'effet de revenu. Puisque l'effet de substitution est toujours négatif, si l'effet de revenu est positif alors l'effet-prix $\partial q_1/\partial p_1$ est réduit. Les θ du modèle dogit agissent sur $\partial Y_i/\partial X_{ik}$ <u>comme</u> un effet de revenu le fait sur $\partial q_1/\partial p_1$.

En multipliant les deux membres de l'équation (2.34) par X_{ik}/Y_i on obtient l'élasticité propre du modèle dogit :

$$\eta_{ii} = \frac{\partial X_i}{\partial X_{ik}} \frac{X_{ik}}{Y_i} = \beta_k X_{ik}^{\lambda_k} \left[\frac{e^{V_i}(1 + \theta_i)}{e^{V_i} + \theta_i \sum_j e^{V_j}} - \frac{e^{V_i}}{\sum_j e^{V_i}}\right] \qquad (2.36)$$

Cette équation peut s'écrire également :

$$\eta_{ii} = \beta_k X_{ik}^{\lambda_k} \left[\frac{1 + \theta_i}{1 + \theta_i \left(\frac{\sum_j e^{V_j}}{e^{V_i}} \right)} - \frac{e^{V_i}}{\sum_j e^{V_j}} \right] \qquad (2.36')$$

Puisque le terme $\sum_j e^{V_j}/e^{V_i}$ est toujours positif et plus grand que 1, la valeur des θ_i réduit l'élasticité propre par rapport à celle du modèle logit qui est :

$$\eta_{ii} = \beta_k X_{ik}^{\lambda_k} \left[1 - \frac{e^{V_i}}{\sum_j e^{V_j}} \right] \qquad (2.37)$$

Toutefois, Gaudry et Dagenais (octobre 1977) démontrent que l'influence des θ ne pourra pas être telle qu'une augmentation de prix provoque une augmentation de la part du $i^{\text{ième}}$ mode. Les alternatives dans le modèle dogit se comportent comme des biens supérieurs.

D'autre part, l'élasticité croisée est :

$$\eta_{ij} = \beta_k X_{jk}^{\lambda_k} \left[\frac{\theta_i e^{V_j}}{e^{V_i} + \theta_i \sum_j e^{V_j}} - \frac{e^{V_j}}{\sum_j e^{V_j}} \right] \qquad (2.38)$$

Dans ce cas le premier terme de la parenthèse est toujours négatif et va accroître la valeur de η_{ij} autrement donnée dans le logit par :

$$\eta_{ij} = \beta_k X_{jk}^{\lambda_k} \left[\frac{-e^{V_j}}{\sum_j e^{V_j}} \right] \qquad (2.39)$$

Structurellement les biens sont toujours substituts dans le modèle logit. Gaudry et Dagenais (octobre 1977) affirment que dans le cas du dogit les alternatives ne peuvent être que des substituts.

Il semble donc que le dogit possède une spécification plus flexible que celle du logit ce qui lui permet d'éviter les contraintes qu'impose l'axiome de Luce. De plus, la présence des θ agit sur le dogit comme un effet de revenu ce qui réduit n_{ii} du logit et augmente n_{ij} du logit. Ceci a pour conséquence que les modes sont des biens supérieurs et sont substituts entre eux. Dans les prochains chapitres, les résultats confirmeront ou non la préférence, a priori, du dogit sur le logit.

CHAPITRE 3

ESTIMATION DU MODELE

3.1 Modèle à estimer

Le modèle de part de marché modal est donné de façon plus détaillée par l'équation suivante :

$$Y_i = \frac{e^{\beta_{io} + \sum_k \beta_k \left(\frac{X_{ik}^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right)} + \theta_i \sum_j e^{\beta_{jo} + \sum_k \beta_k \left(\frac{X_{jk}^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right)}}{\left(1 + \sum_j \theta_j \right) \sum_j e^{\beta_{jo} + \sum_k \beta_k \left(\frac{X_{jk}^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right)}} \qquad (3.1)$$

Le modèle dogit est estimé pour deux modes X_1 transport en commun et X_2 automobile. Généralement c'est entre ces deux modes que sont répartis les déplacements en milieu urbain. Le modèle aurait pu comprendre un troisième mode, le taxi, mais nous ne disposons pas de données.

Soit Y_1 la part de marché modal du transport en commun et $Y_2 = 1 - Y_1$ celle de l'automobile, le rapport Y_1/Y_2 donne :

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{e^{\beta_{10} + \sum_k \beta_k \left(\frac{X_{1k}^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right)} + \theta_1 \sum_{j=1}^{j=2} e^{\beta_{jo} + \sum_k \beta_k \left(\frac{X_{jk}^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right)}}{e^{\beta_{20} + \sum_k \beta_k \left(\frac{X_{2k}^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right)} + \theta_2 \sum_{j=1}^{j=2} e^{\beta_{jo} + \sum_k \beta_k \left(\frac{X_{jk}^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right)}}$$

$$j=1,2 \qquad (3.2)$$

où :

$$\beta_{10} + \sum_k \beta_k \left(\frac{X_{1k}^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k} \right) = V_1$$

En présence de deux modes l'équation (3.2) peut être transformée de telle sorte que les fonctions V des K attributs indépendants soient isolées dans le membre de droite de l'équation (3.3). En prenant le logarithme du rapport des parts de marché modal, on obtient alors :

$$\ln \left[\frac{Y_{1_t} - \theta_1/1 + \theta_1 + \theta_2}{Y_{2_t} - \theta_2/1 + \theta_1 + \theta_2} \right] = \beta_{1o_t} + V_{1_t} - V_{2_t} + u_t \qquad (3.3)$$

ou

$$\ln\left[\frac{Y_{1_t} - \theta_1/1 + \theta_1 + \theta_2}{Y_{2_t} - \theta_2/1 + \theta_1 + \theta_2}\right] = \beta_{io_t} + \sum_k \beta_k \left(\frac{X_{1k_t}^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k}\right) - \sum_k \beta_k \left(\frac{X_{2k_t}^{\lambda_k} - 1}{\lambda_k}\right) + u_t \qquad (3.3')$$

où les régions admissibles sont :

$$\left[\theta_1/1 + \theta_1 + \theta_2 < \min(Y_1)\right] \quad \text{et} \quad \left[\theta_2/1 + \theta_1 + \theta_2 < \min(Y_2)\right] \qquad (3.4)$$

L'indice t se réfère aux observations 1, ..., N, u_t est un terme d'erreur et β_{io_t} est une nouvelle constante provenant de $(\beta_{1o_t} - \beta_{2o_t})$. Le terme u_t est distribué normalement avec :

$$E(u_t) = 0$$

$$E(u_t \times u_t') = \sigma^{2I}$$

où I est la matrice identité.

Les erreurs u_t représentent des erreurs d'observations ou de mesures.

3.2 Application du modèle Dogit aux données urbaines

Le modèle dogit de l'équation (3.3) a été évalué dans le cas de Montréal et de Winnipeg. L'échantillon de Montréal consiste en 113 observations sur 25 zones origines et destinations en novembre 1970. L'échantillon de Winnipeg consiste en 979 observations non-nulles sur les deux modes dans 76 zones. Dans le cas de Montréal :

$$V_1 = \beta_1 \left(\frac{PCTCUM^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1} \right) + \beta_2 \left(\frac{TTTR^{\lambda_2} - 1}{\lambda_2} \right) + \beta_3 \left(\frac{TWTR^{\lambda_3} - 1}{\lambda_3} \right) \quad (3.5)$$

$$V_2 = \beta_1 \left(\frac{PAUTO^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1} \right) + \beta_2 \left(\frac{TTAU^{\lambda_2} - 1}{\lambda_2} \right) + \beta_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.5')$$

où :

PCTCUM = tarif de la CTCUM

PAUTO = coût en automobile

TTTR = temps de transport de la CTCUM

TTAU = temps de transport en automobile

TWTR = temps d'attente en transport en commun

Dans le cas de Winnipeg :

$$V_1 = \beta_1 \left(\frac{TFBUS^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1} \right) + \beta_2 \left(\frac{TTBUS^{\lambda_2} - 1}{\lambda_2} \right) + \beta_3 \left(\frac{TABUS^{\lambda_3} - 1}{\lambda_3} \right) \quad (3.6)$$

$$V_2 = \beta_1 \left(\frac{TAUT^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1} \right) + \beta_2 \left(\frac{TTAUT^{\lambda_2} - 1}{\lambda_2} \right) + \beta_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.6')$$

où :

TFBUS = tarif en transport en commun

TAUT = coût en automobile

TTBUS = temps de transport en transport en commun

TTAUT = temps de transport en automobile

TABUS = temps d'attente en transport en commun.

Le tableau 3.1 donne les valeurs moyennes pour Montréal et Winnipeg des différentes variables.

Valeurs Moyennes			
		Montréal	Winnipeg
tarif —	auto :	0.297	0.395
	t.e.c.:	0.300	0.250
TT —	auto :	14.296	16.954
	t.e.c.:	25.431	22.644
TW —	t.e.c.:	6.530	4.117

Tableau 3.1: Valeurs moyennes des différentes variables explicatives pour l'automobile et le transport en commun (t.e.c.).

Pour le transport en commun :

Le tarif est fixe et est de $0.30 pour Montréal (1971) et de $0.25 pour Winnipeg. D'autre part, à partir d'une procédure d'affectation, les itinéraires à coût généralisé minimum définissent le temps dans le véhicule (temps de transport). Le temps d'attente pour sa part, est obtenu en calculant 1/2 de l'intervalle entre deux véhicules. Les temps de trajet et d'attente peuvent comprendre parfois l'usage de plus d'une ligne d'autobus ou de métro.

Pour l'automobile :

Le prix du déboursé transport automobile est calculé par une mesure de distance correspondant au temps de trajet minimum, à

l'heure de pointe du matin, multipliée par \$0.09/mille dans le cas de Montréal et par \$0.087/mille dans le cas de Winnipeg. Le temps de trajet correspond au temps de trajet minimum à l'heure de pointe du matin. Il n'y a pas de temps d'attente en automobile.

3.3 Nomenclature et sélection d'hypothèses

Différentes hypothèses peuvent être formulées sur le dogit. En fixant des contraintes sur les paramètres $\theta = (\theta_1, \theta_2)$, $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ et $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$, les résultats qui seront alors générés fourniront des indices sérieux sur la capacité relative des modèles dogit $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ ou logit $\theta = (0, 0)$ à expliquer des parts de marché modal.

Hypothèse 1 :

DUU : Parmi la classe des modèles dogit (d'où la lettre D) ce modèle est le plus général. Le premier U signifie l'absence de contraintes sur les θ (unconstrained) alors que le second U indique également l'absence de contraintes mais sur les λ cette fois.

Hypothèse 2 :

DCEU : Cette hypothèse définit un modèle dogit où les paramètres θ sont contraints à être égaux $\theta = (\theta_1 = \theta_2)$ cependant que les λ restent sans contraintes.

Hypothèse 3 :

DUCE : Modèle dogit où les paramètres $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ varient indépendamment l'un de l'autre à l'intérieur toutefois de la zone définie précédemment en (3.4). Les $\lambda = (\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3)$ varient ensembles dans ce cas-ci.

Hypothèse 4 :

DUCM : Cette hypothèse est sensiblement la même que l'hypothèse 3 à la seule différence que $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 0$. Ce modèle est nettement plus restrictif que les précédents. Ceci correspond à la forme multiplicative appliquée au dogit.

Hypothèse 5 :

DUCL : Il n'y a toujours aucune contrainte sur les θ alors que $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 1$ ce qui engendre la forme linéaire du dogit.

Hypothèse 6 :

LU : La première lettre (L) signifie qu'il s'agit d'un logit puisque $\theta = (\theta_1, \theta_2) = 0$ et le λ sont sans contraintes. C'est la forme la plus générale que puisse avoir le logit.

Hypothèse 7 :

LC : Les mêmes restrictions qu'en 3 sauf que $\theta = (\theta_1 = \theta_2)$.

Hypothèse 8 :

LCM : La même chose qu'en 4 sauf que $\theta = (\theta_1, \theta_2) = 0$.

Hypothèse 9 :

LCL : La même chose qu'en 5 sauf que $\theta = (\theta_1, \theta_2) = 1$.

3.4 Procédure d'estimation

Le critère fondamental adopté ici pour la comparaison des modèles est la vraisemblance des échantillons. Sous l'hypothèse que le terme de l'erreur u est normalement distribué, la vraisemblance des variables originales, X_{ik}, sur la part de marché pour certaines valeurs fixées de λ peut être formulée comme suit :

$$L(Y_1; \beta, \sigma^2, \lambda, \theta) = (2\pi\sigma^2)^{-N/2} \exp\left[-(Y_{1t}^{(\lambda)} - X_{1t}\beta^{(\lambda)})'(Y_{1t}^{(\lambda)} - X_{1t}\beta^{(\lambda)})\right] \cdot |J(\theta, Y_t)| \qquad (3.7)$$

où $|J(\theta; Y_1)|$ est la valeur absolue du Jacobien de la transformation de la variable dépendante dans (3.3) à la valeur observée Y ou

$$|J(\theta; Y_1)| = \prod_{t=1}^{N} \{(1+\theta_1+\theta_2)\left[Y_{1t} - \theta_2/1+\theta_1+\theta_2\right]\left[1 - Y_{1t} - \theta_2/1+\theta_1+\theta_2\right]\}^{-1}$$

$$= \prod_{t=1}^{N} J_t \qquad t=1, \ldots, N \qquad (3.8)$$

La fonction de la vraisemblance du log concentré est alors :

$$L\ (Y_1;\ \lambda,\ \theta) = -\frac{N}{2}\left[\ell n(2\pi) + 1 - \frac{N}{2}\ell n\left[\frac{u'u}{N}\right] + \sum_{t=1}^{N}\ell n\ J_t\right] \qquad (3.9)$$

Pour des raisons de simplification la méthode d'estimation employée ici est celle du "scanning" (ou grille orientée) plutôt que les méthodes de maximisation non-linéaires "automatiques". Pour chacune des hypothèses mentionnées, les valeurs optimales des différents paramètres $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ et $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ sont déterminées et génèrent la valeur correspondante du maximum de vraisemblance.Aux valeurs ainsi obtenues des θ et λ, la distribution t de Student est donnée. La signification statistique des paramètres β_k est ainsi dégagée. Cependant M. Gaudry (juillet 1978) mentionne à propos de cette procédure :

> "Performing such conditional test on the β_k and their standard errors is a weaker procedure than performing joint tests on these parameters and on θ and λ simultaneously: the resulting significance levels are probably overestimated." (p. 9)

Par un choix judicieux des différentes hypothèses déjà énumérées, il est possible de comparer les valeurs obtenues des maximum de vraisemblance deux à deux avec l'aide du test du rapport des vraisemblances. Ce test statistique est employé pour vérifier l'impact des différents paramètres utilisés sur le modèle dogit en comparaison avec le modèle logit.

Parmi le nombre possible des tests sur les θ, λ et β, le choix s'est porté sur les suivants :

T.1 DUU vs LU

$$\hat{L}\ (\theta_1, \theta_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \beta) - \hat{L}\ (\theta_1 = \theta_2 = 0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \beta\ )$$

T.2 DUC vs LC

$$\hat{L}\ (\theta_1, \theta_2, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3, \beta) - \hat{L}\ (\theta_1 = \theta_2 = 0, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3, \beta)$$

T.3 DUCM vs LCM

$$\hat{L}\ (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0, \hat{\beta}) - \hat{L}\ (\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2 = 0, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0, \hat{\beta})$$

T.4 DUCL vs LCL

$$\hat{L}\ (\theta_1, \theta_2, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1, \beta) - \hat{L}\ (\theta_1 = \theta_2 = 0, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1, \beta)$$

T.5 DCEU vs LU

$$\hat{L}\ (\theta_1 = \theta_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \beta) - \hat{L}\ (\theta_1 = \theta_2 = 0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \beta)$$

Le test T.1 compare les formes les plus générales des modèles logit et dogit. L'impact du paramètre θ sur le dogit est ainsi évalué. Le test T.2 révèle l'influence de contrainte sur les λ, dans ce cas-ci à être égaux. Les tests T.3, T.4 mesurent l'impact de transformations sur λ soit : être égaux à 0 et 1. D'autre part, T.5 évalue la contrainte placée sur les θ à savoir $(\theta_1 = \theta_2)$.

La statistique pertinente est :

$$2\ [L(\Omega) - L(\omega)] > \chi^2_\alpha(D.L.) \qquad (3.10)$$

où Ω est l'espace du paramètre sous une hypothèse maintenue et ω est l'espace restreint pour l'hypothèse nulle et $\chi^2_\alpha(D.L.)$ indique une distribution chi-carré pour certains degrés de libertés et un niveau de signification α.

CHAPITRE 4

RESULTATS

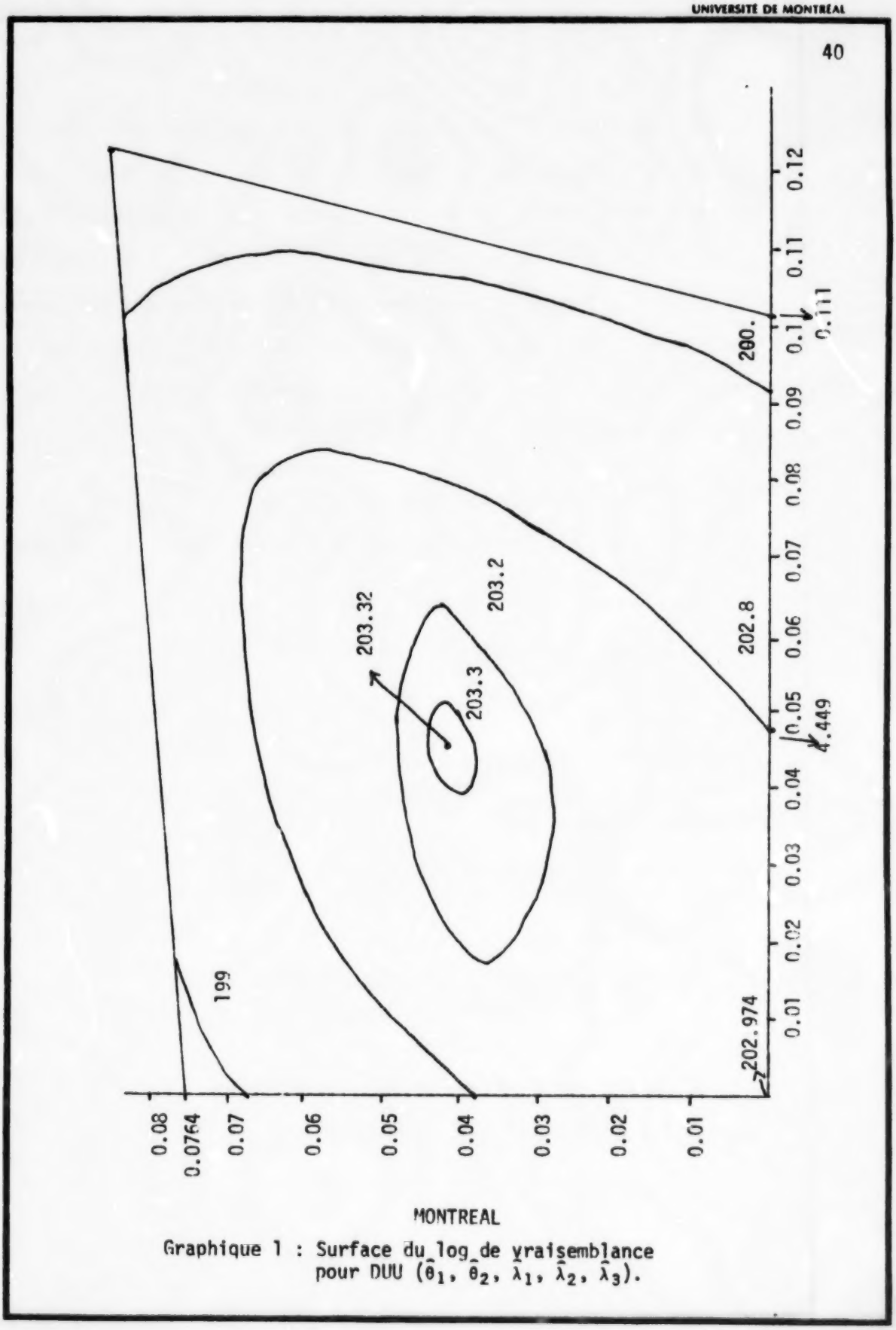
Gaudry et Wills (mai 1978) ont appliqué le modèle dogit sur des séries chronologiques ainsi que sur des séries en coupes transversales. Ils ont conclu que le modèle dogit dominait nettement le modèle logit dans le cas des séries chronologiques tandis qu'ils ne pouvaient rejeter avec confiance le modèle logit dans le cas des séries en coupes transversales. Ils ont expliqué ce fait :

> "Mode specific constants may partly explain the relatively good performance of the logit model because such constants in effect reduce the level of captivity to be explained by dogit parameters: in that sense, MOT (cross-sectional) results might have been anticipated". (p.21)

Il est intéressant de noter que, dans leurs échantillons, la valeur optimale du maximum de vraisemblance se trouve en un point où l'un des θ est zéro ce qui réduit aussi l'impact de ces paramètres sur le modèle dogit. Les données interurbaines utilisées par ces auteurs étant totalement différentes de nos données urbaines sur Montréal et Winnipeg, il est possible que nos résultats diffèrent des leurs.

Le Cas de Montréal

Le Graphique 1 illustre le modèle dogit (DUU). Pour des valeurs $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$, $\bar{x}_3$, données, différentes combinaisons de (θ_1, θ_2) génèrent différents niveaux de la fonction du maximum de vraisemblance.



Graphique 1 : Surface du log de vraisemblance pour DUU ($\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$, $\hat{\lambda}_1$, $\hat{\lambda}_2$, $\hat{\lambda}_3$).

Il est intéressant de remarquer par ce graphique, que la fonction du maximum de vraisemblance est continue. La valeur optimale de cette dernière est unique et ne se situe pas à la limite de la contrainte d'un des θ mais au centre de la zone admissible des θ. La surface de la fonction est asymétrique et son niveau change lentement (la fonction est plate). Cette lente progression indique un faible impact des paramètres θ_1 et θ_2 sur le logit ce qui permet de croire que le modèle logit est préférable.

Le test du rapport des vraisemblances confirme le fait que le modèle logit est préférable. En effet pour 2 degrés de liberté :

T.1 DUU vs LU

$2(203.320 - 202.974) = 2(0.346) = 0.692$

T.2 DUC vs LUC

$2(202.811 - 202.460) = 2(0.351) = 0.702$

T.3 DUCM vs LCM

$2(196.349 - 195.968) = 2(0.381) = 0.762$

T.4 DUCL vs LCL

$2(200.367 - 200.034) = 2(0.333) = 0.666$

T.5 DCEU vs LU

$2(203.319 - 202.974) = 2(0.345) = 0.690$

(ici il n'y a qu'un degré de liberté)

Dans chacun des cas, la valeur des tests est inférieure à un, l'impact des paramètres θ n'est donc pas significatif. En se référant au Tableau 4.1 des résultats de Montréal, on remarque que le R^2 n'augmente pas lorsqu'on passe du modèle logit au modèle dogit (DUU vs LU, DUC vs LUC, DUCM vs LCM, DUCL vs LCL). Tout ceci signifie que les individus ne sont captifs d'aucun des deux modes. En effet, la valeur de $[\theta_i/1 + \sum_j \theta_j]$ et $[\theta_j/1 + \sum_j \theta_j]$ est soit de 0% ou approximativement 4%.

A l'intérieur des différentes applications du modèle logit, les valeurs du maximum de vraisemblance indiquent que le logit s'améliore nettement au fur et à mesure qu'on relâche les contraintes sur les paramètres λ_1, λ_2 et λ_3. Le logit contraint multiplicatif ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$) donne la valeur du maximum de vraisemblance la plus faible. Une amélioration intéressante est réalisée lorsqu'on impose la forme linéaire ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$). Les résultats passent de 195.968 à 200.034, soit une différence de 4.066. Conservant l'égalité entre les λ tout en les laissant varier ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 357$) ne produit qu'un accroissement de 2.427 dans la valeur du maximum de vraisemblance avec 1 degré de liberté. L'étape suivante où la forme la plus générale du logit est générée, améliore légèrement la vraisemblance.

Le même comportement est observé dans le cas du modèle dogit où les différences sont de 4.018 de DUCM à DUCL de 2.444 de DUCL à DUC avec 1 degré de liberté et de 0.509 de DUC à DUU avec 2 degrés de liberté.

Le Tableau 4.2 donne la liste des taux d'élasticités propres etcroisées des parts de marché du transport en commun et de l'automobile par rapport aux différents attributs. Les équations 2.37 et 2.39

	DUU	DCEU	DUC	DUCM	DUCL	LU	LC	LCM	LCL
θ_1 t.e.c.	0.0422	0.0431	0.0414	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
θ_2 auto	0.0449	0.0431	0.0468	0.042	0.04	0.0	0.0	0.0	0.0
λ_1 prix	4.496	4.588	3.855	0.0	1.0	4.218	3.570	0.0	1.0
λ_2 temps de trajet	0.557	0.543	3.855	0.0	1.0	0.655	3.570	0.0	1.0
λ_3 temps d'attente	4.619	4.673	3.855	0.0	1.0	4.415	3.570	0.0	1.0
Coefficient Prix	-9.102	-9.298	-11.489	-0.113	-1.325	-0.737	-0.436	-0.105	-1.236
t-statistique	(-2.172)	(-2.177)	(-1.674)	(-0.714)	(-2.048)	(-2.136)	(-1.788)	(-0.708)	(-2.043)
Coefficient temps trajet	-0.814	-0.085	-0.4×10^{-6}	-0.482	-0.024	-0.057	-0.1×10^{-5}	-0.455	-0.022
t-statistique	(-1.325)	(-1.322)	(-0.818)	(-1.434)	(-1.598)	(-1.456)	(-1.001)	(-1.449)	(-1.571)
Coefficient temps attente	-0.3×10^{-4}	-0.3×10^{-4}	-0.2×10^{-3}	-0.567	-0.116	-0.5×10^{-4}	-0.4×10^{-3}	-0.541	-0.111
t-statistique	(-5.17)	(-5.138)	(-4.932)	(-2.974)	(-3.839)	(-4.904)	(-4.699)	(-3.046)	(-3.931)
Constante	0.540	0.532	0.388	1.534	1.149	0.484	0.353	1.358	0.991
t-statistique	(2.840)	(2.788)	(3.850)	(4.448)	(5.457)	(3.00)	(3.903)	(4.218)	(5.028)
$L(\Omega)$	203.320	203.319	202.811	196.349	200.367	202.974	202.461	195.968	200.034
$L(\Omega) - L(\omega)$	0.0	0.001	0.510	6.971	2.954	0.346	0.86	7.352	3.286
R^2	0.209	0.209	0.196	0.125	0.171	0.210	0.200	0.125	0.172
D.L.	0	1	2	3	3	2	4	5	5

TABLEAU 4.1. Résultats pour les séries en coupes instantanées de Montréal.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

	DUU	DCEU	DUC	DUCM	DUCL	LU	LC	LCM	LCL
t.e.c.									
Tarif :									
élasticité propre	-0.017	-0.015	-0.045	-0.051	-0.176	-0.021	-0.057	-0.05	-0.174
élasticité croisée	0.016	0.014	0.043	0.051	0.174	0.020	0.055	0.05	0.172
Auto									
Tarif :									
élasticité propre	-0.02	-0.018	-0.055	-0.057	-0.201	-0.024	-0.069	-0.054	-0.195
élasticité croisée	0.02	0.019	0.057	0.057	0.203	0.026	0.071	0.054	0.197
t.e.c.									
Temps de trajet :									
élasticité propre	-0.201	-0.201	-0.043	-0.218	-0.275	-0.211	-0.060	-0.218	-0.268
élasticité croisée	0.146	0.147	0.005	0.218	0.154	0.145	0.008	0.218	0.151
Auto									
Temps de trajet :									
élasticité propre	-0.183	-0.184	-0.006	-0.242	-0.178	-0.179	-0.010	-0.236	-0.170
élasticité croisée	0.252	0.251	0.054	0.242	0.317	0.261	0.075	0.236	0.303
t.e.c.									
Temps d'attente :									
élasticité propre	-0.084	-0.087	-0.139	-0.256	-0.336	-0.093	-0.149	-0.260	-0.342
élasticité croisée	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Auto									
Temps d'attente :									
élasticité propre	-	-	-	-	-	-	-	-	-
élasticité croisée	0.112	0.108	0.177	0.284	0.388	0.115	0.187	0.281	0.386

TABLEAU 4.2. Taux d'élasticités propres et croisées des parts de marché des modes transport en commun et automobile par rapport aux attributs (Montréal).

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

nous donnent les taux d'élasticité propres et croisés du modèle logit. La valeur des variables du membre de droite, $\beta_k X_{ik}$, influence le niveau du taux d'élasticité propre. Le second terme, $1 - e^{V_i}/\sum_j e^{V_j}$ correspond à la part théorique du $i^{ième}$ mode parmi tous les modes. D'abord, il est nécessaire de connaître la part qu'occupent les modes. En effet, si l'automobile a une part de marché de 90% par exemple et le transport en commun de 10%, il est plus aisé pour ce dernier d'augmenter sa part suite à une amélioration de son prix,de son temps de trajet ou de son temps d'attente. Dans Montréal, l'automobile occupe environ 55% du marché et conséquemment le transport en commun 45%. On s'attend donc à ce que en général, les élasticités propres pour l'automobile soient plus faibles que celles du transport en commun, toutes choses étant égales par ailleurs. D'autre part, la valeur de la variable X_{ik} affecte également les taux d'élasticité. De plus, on sait que les coefficients β_k ne sont pas spécifiques aux modes. Donc η_{ii} dépend implicitement de la part de chaque mode et de la valeur de X_{ik} et β_k.

Dans le cas du transport en commun, le taux d'élasticité propre du tarif est légèrement inférieur à celui du temps de trajet qui est lui-même inférieur à celui du temps d'attente dans les cas DUC, DUCM, DUCL, LC, LCM, LCL. Ceci indique que les usagers de transport en commun sont avant tout sensibles au temps d'attente. Ceci semble raisonnable car une fois engagés dans le système du transport en commun les individus réagissent différemment au temps. Ils sont captifs du mode. Pour les automobilistes, dans 5 cas sur 9 ils sont plus sensibles au temps de trajet qu'au prix. Ces résultats semblent également raisonnables car les automobilistes choisissent en général ce mode pour gagner du temps soit parce que les distances à parcourir sont grandes, soit

parce qu'ils ont plus d'un déplacement à faire dans la journée, etc.

En observant le Tableau 4.3 des prix du temps obtenus par le rapport, $\frac{\eta_t}{\eta_p} \cdot \frac{\bar{p}}{\bar{T}} \cdot 60$ où η_t est le taux d'élasticité propre par rapport au temps (temps de trajet ou d'attente), η_p celui du prix et où $\bar{p}$, $\bar{T}$ sont respectivement les valeurs moyennes du temps (temps de trajet et temps d'attente) et du prix, On remarque parmi les variantes du modèle logit que le modèle LC semble avoir les résultats les plus raisonnables ce qui indique également que les β_k sont plus raisonnables pour ce modèle.

		IU	LC	LCM	LCL
t.e.c.	Prix du temps de trajet $/hre	7.43	0.85	2.98	1.08
	Prix du temps d'attente $/hre	12.40	7.71	14.33	5.50
auto.	Prix du temps de trajet $/hre	9.24	2.40	5.73	1.11
	Prix du temps d'attente	p.d.	p.d.	p.d.	p.d.

TABLEAU 4.3 Prix du temps pour différentes formes du logit.

Il semble en effet, que dans le cas LC les usagers sont beaucoup plus sensibles au temps d'attente qu'au temps de trajet et davantage que de travailler (le salaire horaire dans le secteur manufacturier en 1970 était d'environ $3.50). Les observations sur les taux d'élasticités sont ainsi justifiées. Le modèle logit domine donc le modèle dogit et parmi les formes du logit le modèle LC semble présenter les résultats les plus raisonnables.

Le Cas de Winnipeg

Le Graphique 2 illustre le modèle dogit (DUU) pour Winnipeg. La fonction de vraisemblance est également continue, sa valeur optimale est unique et se situe au centre de la zone admissible des θ et finalement,sa surface est relativement plate. Pourtant cette surface dans le cas de Winnipeg entre les valeurs ($\theta_1 = 0$, $\theta_2 = 0$) et ($\theta_1 = 0.691$, $\theta_2 = 0.0588$) a progressé de 0.335% alors que dans le cas de Montréal entre les valeurs ($\theta_1 = 0$, $\theta_2 = 0$) et $\theta_1 = 0.0422$, $\theta_2 = 0.0449$), les valeurs du maximum de vraisemblance ont augmenté de seulement 0.170%. Winnipeg semble donc se comporter de la même manière que Montréal sauf que la surface est moins plate dans Winnipeg. Les tests du rapport des vraisemblances pour Winnipeg donnent pour deux degrés de liberté, sauf dans le dernier test où il n'y a qu'un degré de liberté :

T.1 DUU vs LU

$2(1777.105 - 1771.805) = 2(5.3) = 10.6$

T.2 DUC vs LUC

$2(1776.511 - 1771.1543) = 2(5.357) = 10.714$

T.3 DUCM vs LCM

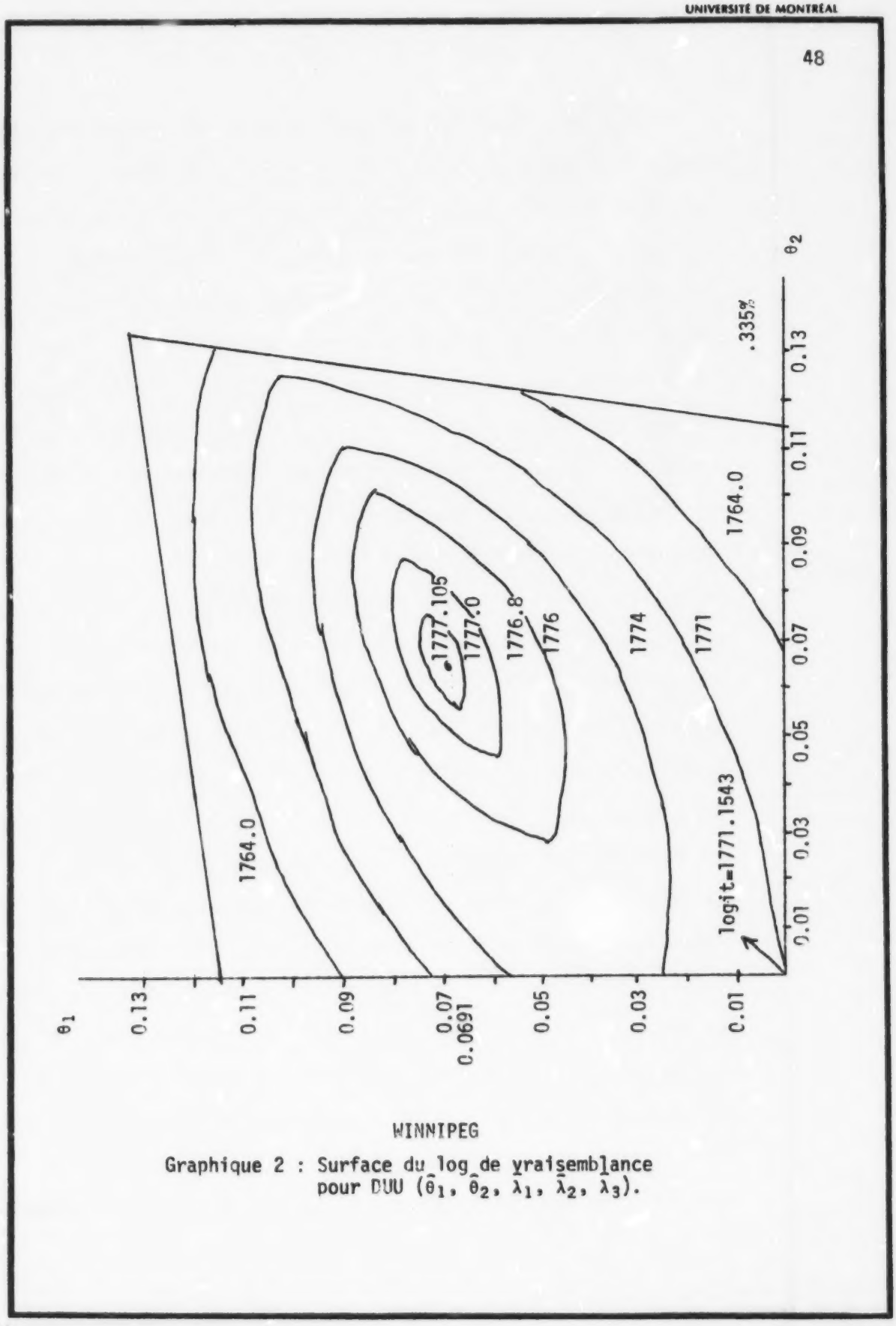
$2(1775.542 - 1770.078) = 2(5.464) = 10.928$

T.4 DUCL vs LCL

$2(1768.068 - 1762.755) = 2(5.313) = 10.626$

T.5 DCEU vs LU

$2(1776.964 - 1771.805) = 2(5.159) = 10.318$



WINNIPEG

Graphique 2 : Surface du log de vraisemblance pour DUU ($\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$, $\hat{\lambda}_1$, $\hat{\lambda}_2$, $\hat{\lambda}_3$).

On ne peut cependant pas conclure que le dogit est préférable. Tout d'abord, les valeurs du R^2 sont extrêmement faibles et sont même légèrement supérieures dans le cas du logit. Deuxièmement, et c'est là la raison principale, le tableau 4.4 des résultats pour les différentes formes de logit et de dogit indique que les signes des coefficients du prix et du temps de trajet sont inversés. Il ne nous est pas permis dans ce cas de tirer des conclusions appropriées sur les modèles dogit et logit appliqués à Winnipeg. Il semble qu'une variable explicative d'importance manque aux données de Winnipeg. Or on sait que les valeurs moyennes des variables explicatives présentes sont semblables dans Winnipeg et dans Montréal. Pourtant pour Montréal qui est une grande ville par rapport à Winnipeg on n'a que 113 observations contre 979 pour Winnipeg. Les zones définies dans Winnipeg sont donc extrêmement petites. D'abord ceci permet de croire que par rapport au choix de mode des individus les zones ne sont pas homogènes. En effet, les zones proches d'un réseau de transport en commun comprendront certainement davantage d'individus pour qui le transport en commun est important pour se déplacer. Pour les zones plus distantes elle comprendront possiblement plus d'automobilistes pour qui la ligne de réseau du transport en commun importe peu. Il semble donc qu'une des variables manquantes soit le temps d'accès au réseau de t.e.c. Pour les zones où le temps d'accès est grand il y aura plus d'automobilistes et inversement. Dans Montréal, la densité de lignes du réseau de transport en commun est plus forte et ceci expliquerait pourquoi la variable temps d'accès soit à peu près constante et en conséquence négligeable ou peu significative. Il devient en effet indifférent aux

	DUU	DCEU	DUC	DUCM	DUCL	LU	LC	LCM	LCL
θ_1 t.e.c.	0.0691	0.0695	0.0693	0.0698	0.0689	0.0	0.0	0.0	0.0
θ_2 auto	0.0588	0.0695	0.0585	0.0583	0.0568	0.0	0.0	0.0	0.0
λ_1 prix	0.0175	0.0125	-0.334	0.0	1.0	-0.0125	-0.355	0.0	1.0
λ_2 temps de trajet	-0.435	-0.440	-0.334	0.0	1.0	-0.470	-0.355	0.0	1.0
λ_3 temps d'attente	-0.118	-0.118	-0.334	0.0	1.0	-0.105	-0.355	0.0	1.0
Coefficient prix	0.282	0.284	0.1811	0.278	0.752	0.226	0.146	0.229	0.615
t-statistique	(-4.837)	(-4.839)	(-4.825)	(-4.820)	(-4.654)	(-4.846)	(-4.840)	(-4.817)	(-4.597)
Coefficient temps trajet	0.100	1.027	0.866	0.362	0.996	0.869	0.732	0.287	0.751
t-statistique	(-4.373)	(-4.374)	(-4.517)	(-4.001)	(-2.009)	(-4.292)	(-4.432)	(-3.850)	(-1.833)
Coefficient temps attente	-0.192	-0.195	-0.251	-0.177	-0.298	-0.158	-0.213	-0.147	-0.248
t-statistique	(3.811)	(3.827)	(3.983)	(3.931)	(2.754)	(3.841)	(4.009)	(3.953)	(2.770)
Constante	-0.214	-0.189	-0.221	-0.243	-0.300	-0.156	-0.159	-0.176	-0.223
t-statistique	(-3.651)	(3.193)	(-3.582)	(-4.228)	(-6.575)	(-3.220)	(-3.106)	(-3.714)	(-5.900)
$L(\Omega)$	1777.105	1776.964	1776.517	1775.542	1768.068	1771.805	1771.543	1770.078	1762.755
$L(\Omega) - L(\omega)$	0.0	0.141	0.588	1.563	9.037	5.3	5.951	7.027	14.35
R^2	0.045	0.046	0.043	0.0412	0.029	0.051	0.049	0.046	0.034
D.L.	0	1	2	3	3	2	4	5	5

TABLEAU 4.4. Résultats pour les séries en coupes instantanées de Winnipeg.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

individus de se localiser près ou non d'une ligne de transport en commun puisqu'ils sont assurés d'en avoir une pas loin. En moyenne, dans Montréal, le temps d'accès de la résidence à un arrêt d'autobus est de 4 minutes ce qui est peu.

Dans cette hypothèse, on ne considérerait pas la localisation dans Montréal selon des critères de temps d'accès au service de la CTCUM autant qu'à Winnipeg. De plus, étant donné la taille (plus grosse) des zones de Montréal par rapport à celles de Winnipeg une certaine homogénéité dans les individus (automobilistes et usagers du transport en commun) sera assurée.

Cette absence probable d'une variable importante où d'autres problèmes donnent des résultats qui ne sont pas raisonnables. Nous ne commenterons donc pas les élasticités obtenues et présentées au tableau 4.5.

	DUU	DCEU	DUC	DUCM	DUCL	LU	LC	LCM	LCL
tarif t.e.c.:									
élasticité propre	0.146	0.146	0.153	0.147	0.097	0.138	0.144	0.138	0.090
élasticité croisée	-0.147	-0.147	-0.131	-0.147	-0.154	-0.137	-0.122	-0.138	-0.142
tarif auto :									
élasticité propre	0.095	0.095	0.084	0.095	0.106	0.091	0.080	0.092	0.100
élasticité croisée	-0.094	-0.095	-0.100	-0.095	-0.067	-0.092	-0.094	-0.092	-0.064
temps de trajet t.e.c.:									
élasticité propre	0.137	0.136	0.162	0.191	0.117	0.120	0.146	0.172	0.100
élasticité croisée	-0.155	-0.155	-0.179	-0.191	-0.087	-0.138	-0.162	-0.172	-0.075
temps de trajet auto :									
élasticité propre	0.101	0.101	0.113	0.124	0.060	0.092	0.106	0.115	0.053
élasticité croisée	-0.089	-0.089	-0.103	-0.124	-0.080	-0.080	-0.096	-0.115	-0.070
temps d'attente t.e.c.:									
élasticité propre	-0.086	-0.087	-0.083	-0.093	-0.064	-0.082	-0.078	-0.088	-0.06
élasticité croisée	-	-	-	-	-	-	-	-	-
temps d'attente auto :									
élasticité propre	-	-	-	-	-	-	-	-	-
élasticité croisée	0.056	0.056	0.053	0.060	0.044	0.054	0.051	0.059	0.042

TABLEAU 4.5. Taux d'élasticités propres et croisées du transport en commun et de l'automobile par rapport aux attributs. (Winnipeg)

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONCLUSION

Dans deux villes, Montréal et Winnipeg, où des données urbaines sur les tarifs, temps de trajet et temps d'attente étaient disponibles les modèles dogit et logit ont été appliqués. Malgré le fait que la spécification du dogit implique des propriétés plus intéressantes et contournent les contraintes imposées au logit, les résultats donnent à croire que le logit est préférable. Conséquemment ceci indique que les individus ne sont pas captifs des modes observés dans le cas de cette application.

A l'intérieur des différentes hypothèses sur le logit on remarque que les paramètres de la forme fonctionnelle sur les résultats que les paramètres du dogit n'en ont sur le choix de modèle. Les résultats de Montréal ne peuvent être confirmés par ceux de Winnipeg car les signes des coefficients ne sont pas ceux attendus et indiquent qu'une variable explicative d'importance manque. Nous sommes portés à croire qu'il s'agit de la variable temps d'accès au réseau de transport en commun.

Les modèles récents de demande de transport tentent d'éviter les erreurs dans le genre de celle de Winnipeg et certains d'entre eux comprennent au moins 26 variables explicatives.

L'introduction d'autres variables explicatives paraît souhaitable dans la mesure où elle confirmera ou non les résultats obtenus mais nécessite une mobilisation en temps très grande. Pour des raisons de facilité de traitement des données le choix des variables explicatives s'est porté sur celles qui semblaient avoir l'incidence la plus forte soit le prix ou tarif (dans le véhicule), le temps d'attente et le temps de trajet.

BIBLIOGRAPHIE

Atherton, T.J. et Ben-Akira, M.E. Transferability and Updating of Disaggregate Travel Demand Models, Transportation Research Record #610, 1976.

Ben-Akira, M.E., Lerman, S. et Manheim, M. Disaggregate Models: An Overview of Some Recent Research Results and Practical Observations, Proceedings of Summer Annual Meeting of the PTRC, 1976.

Bilodeau, D. La formulation des équations de demande de transport : un problème de consommation conjointe, Publication #74, Centre de Recherche sur les Transports, Juin 1977.

Box, G.E.P. et Cox, D.R. An Analysis of Transformations, Journal of the Royal Statistical Society, Series B, p. 211 à 243, 1964.

Domencich, T.A. et McFadden, D. Urban Travel Demand, North-Holland, 1975.

Fischer, G.W. et Nagin, D. Random vs. Fixed Coefficient Quantal Choice Models: An Empirical Comparison, Institute of Policy Sciences and Public Affairs, Duke University.

Gaudry, M.I.J. The Dogit Model, Publication #82, Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal, Octobre 1977.

Gaudry, M.I.J. A Dogit Model of Travel Mode Choice in Montreal, Publication #104, Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal, Juillet 1978.

Gaudry, M.I.J. et Wills, M.J. Estimating the Functional Form of Travel Demand Models, Publication #63, Centre de Recherche sur les Transports, Juin 1977.

Gaudry, M.I.J. et Wills, M.J. Testing the Dogit Model with Aggregate Time-Series and Cross-Sectional Travel Data, Publication #94, Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal, Mars 1978, Revisé en Mai 1978.

Goldfeld, S.M. et Quandt, R.E. Nonlinear Methods in Econometrics, North-Holland, 1972.

Henderson, J.M. et Quandt, R.E. Microéconomie; Formulation mathématique élémentaire, Dunod, 1974.

Johnston, J. Econometric Methods, McGraw-Hill, 1972.

Koppelman, F.S. et Ben-Akira, M.E. Aggregate Forecasting with Disaggregate Travel Demand Models using Normally Available Data, prepared for presentation at The World Conference on Transport Research, Rotterdam, 1977.

Maddala, G.S. Econometrics, McGraw-Hill, 1977.

McFadden, D. The Theory and Practice of Disaggregate Demand Forecasting for Various Modes of Urban Transportation, prepared for presentation at The Seminar on Emerging Transportation Planning Methods, Florida, 1976.

Meyer, J.R. et Straszheim, M.H. Pricing and Project Evaluation, The Brookings Institution, 1971.

Theil, H. Principles of Econometrics, Wiley, Hamilton, 1971.

Zarembka, P. Transformation of Variables in Econometrics, ch. 3 of Frontiers in Econometrics, édité par P. Zarembka, 1974.